

AQUILES Y LA TORTUGA

Aquiles, el corredor más rápido de la Antigüedad, fue retado por una tortuga. Los hechos nos los contó Zenón de Elea, un filósofo algo confuso de mente, pero cuyas anécdotas eran muy divertidas. Según este Zenón, Aquiles consideró dar 10 metros de ventaja a la tortuga, siendo mucho más veloz que ella.

Así que comenzó la carrera. En un breve lapso de tiempo Aquiles alcanzó el lugar de donde había partido la tortuga (10 metros), pero ésta ya no estaba allí. La tortuga había avanzado un mísero metro. «¡Eso no es nada!», dijo para sí el atleta, y recorrió el metro faltante en un pis-pas. La tortuga siguió a su lento ritmo, y recorrió diez centímetros en ese intervalo.

Aquiles comenzaba a mosquearse. Los diez centímetros fueron rápidamente solventados, pero la tortuga había avanzado un centímetro... ¿qué pasa? ¿nunca va a alcanzar Aquiles a la tortuga?

Obviamente, la respuesta es «sí», pero Zenón había propuesto la historia anterior para demostrar la tesis de su maestro Parménides: que el movimiento no es más que una ilusión. El pobre Zenón estaba algo despistado. ¿Podrías ayudarlo a descubrir su error? ¿Cuánto tiempo tarda Aquiles en coger a la tortuga, y dónde la coge?

Para calcular dónde coge Aquiles a la tortuga podemos optar por un camino lento: sumar la «serie»:

$$S = 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots$$

Esta serie no tiene dificultad en ser sumada, a pesar de tener infinitos términos: $S = 11\frac{1}{9}$...

Si hubiéramos planteado el problema de otra manera, habría sido más fácil. Aquiles va a una velocidad diez veces superior a la de la tortuga. Sea 1 la velocidad de la tortuga y 10 la de Aquiles (las unidades nos dan igual). A tiempo t , Aquiles habrá recorrido una distancia $10t$. La tortuga habrá empezado a una distancia 10, pero avanza más despacio. A tiempo t , la tortuga está a una distancia $10 + t$ de donde partió Aquiles. Cuando se encuentren, se cumplirá

$$10t = 10 + t \quad \longrightarrow \quad 9t = 10 \quad \longrightarrow \quad t = \frac{10}{9}$$

Por tanto, en el momento de pillarla, Aquiles habrá recorrido una distancia $10t = 10 \cdot (10/9) = 11\frac{1}{9}$..., como nos salió antes. Hemos resuelto el problema sin sumar una cantidad infinita de números y el resultado es el mismo, luego la teoría es consistente.